

UNIDAD DIDÁCTICA:

¿Cómo contamos?

En esta unidad abordamos el sentido numérico. El sentido numérico va mucho más allá de saber hacer cuentas o cálculos aritméticos, y su desarrollo implica emplear referentes numéricos de forma apropiada y ágil, usar las relaciones entre las operaciones aritméticas de manera flexible y creativa en la resolución de problemas, comprender el sistema de numeración posicional de base 10, estimar, dar significado a los números y reconocer su magnitud (Sowder, 1992).

El hilo conductor de la unidad es el recuento y las estrategias de conteo. Nos planteamos cuestiones como “¿Cómo contamos?” “¿Por qué contamos así?” “¿Cuántas formas distintas de contar hay?”. A través de estas preguntas introduciremos distintos sistemas de numeración, y usaremos la caracterización del sistema decimal para estudiar los números decimales. Enlazaremos este trabajo con el estudio de números grandes, y abordaremos las operaciones aritméticas básicas buscando estrategias de simplificación y realizando estimaciones.

Objetivos didácticos.

- Aplicar técnicas de recuento para resolver problemas.
- Conocer diversos sistemas de numeración para entender el sistema de numeración decimal.
- Utilizar el sistema decimal y el valor posicional de las cifras de un número natural para introducir los números decimales.
- Operar y simplificar con números naturales y decimales, usando herramientas que faciliten el cálculo mental y aprovechando el uso de la calculadora.
- Diseñar problemas con unas características determinadas y cuya solución sea una determinada expresión aritmética.

Saberes básicos involucrados.

Los siguientes saberes básicos se trabajarán en todas las unidades didácticas a través de la cultura de aula, haciendo hincapié en la enseñanza a través de la resolución de problemas y poniendo en juego distintas estrategias facilitadoras del sentido socioafectivo.

F. Sentido socioafectivo.	<p>F.1. Creencias, actitudes y emociones:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas. Autoconciencia y autorregulación. - Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas. - Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.
	<p>F.2. Trabajo en equipo, toma de decisiones, inclusión, respeto y diversidad:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Técnicas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático. - Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos. - Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad. - La contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género y multicultural.

OPCIÓN A: Saberes básicos propios de la unidad.

A. Sentido numérico.	<p>A.1. Conteo:</p> <ul style="list-style-type: none">- Estrategias variadas de recuento sistemáticos en situaciones de la vida cotidiana.- Adaptación del conteo al tamaño de los números en problemas de la vida cotidiana.
	<p>A.2. Cantidad:</p> <ul style="list-style-type: none">- Números grandes y pequeños: notación exponencial y científica, y uso de la calculadora.- Realización de estimaciones con la precisión requerida.- Números naturales y decimales en la expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana.- Diferentes formas de representación de números naturales y decimales, incluida la recta numérica.
	<p>A.3. Sentido de las operaciones:</p> <ul style="list-style-type: none">- Estrategias de cálculo mental con números naturales y decimales.- Operaciones con números naturales y decimales en situaciones contextualizadas.- Relaciones inversas entre las operaciones (adición y sustracción; multiplicación y división): comprensión y utilización en la simplificación y resolución de problemas.- Efecto de las operaciones aritméticas con números naturales y expresiones decimales.- Propiedades de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división): cálculos de manera eficiente con números naturales y decimales tanto mentalmente como de forma manual, con calculadora u hoja de cálculo.

OPCIÓN B: Contenidos.

Sentido numérico:

- Estrategias de recuento sistemático en situaciones de la vida cotidiana: diagramas de árbol, tablas de doble entrada, enumeración ordenada.
- Adaptación del conteo al tamaño de los números en problemas de la vida cotidiana.
- Estrategias de recuento sistemático de elementos no separados: recuentos parciales, caracterización de elementos del conjunto, diagramas de árbol.
- Comprensión y escritura de números grandes: notación exponencial y científica, puntos de referencia, tamaños relativos de los números.
- Sistemas de numeración: sistemas de numeración posicional en distintas bases incluyendo el binario, base 6, base 10 y base 12.
- Números naturales y decimales: expresión de cantidades en contextos de la vida cotidiana, representación en la recta numérica, operaciones en situaciones contextualizadas y descontextualizadas.
- Operaciones aritméticas básicas (adición, sustracción, multiplicación y división) con números naturales y decimales. Propiedades, comprensión, efecto de las operaciones, relaciones inversas. Simplificación de cálculos y su efecto en la resolución de problemas. Estrategias de cálculo mental.
- Uso de la calculadora: trabajo con números grandes, estimaciones, estrategias de simplificación de cálculos con números naturales y decimales, así como de números grandes.

Competencias específicas y criterios de evaluación.

OPCIÓN 1

C. Esp.	Criterios de evaluación
1	<p>1.1 Interpretar problemas matemáticos organizando los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.</p> <p>1.2 Aplicar herramientas y estrategias apropiadas que contribuyan a la resolución de problemas.</p> <p>1.3 Obtener soluciones matemáticas de un problema, activando los conocimientos y utilizando las herramientas tecnológicas necesarias.</p>
2	<p>2.1. Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.</p>
3	<p>3.1 Formular y comprobar conjeturas sencillas de forma guiada analizando patrones, propiedades y relaciones.</p>
4	<p>4.1. Reconocer patrones, organizar datos y descomponer un problema en partes más simples facilitando su interpretación computacional.</p> <p>4.2. Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando y modificando algoritmos.</p>
9	<p>9.1. Gestionar las emociones propias, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta, generando expectativas positivas ante nuevos retos.</p> <p>9.2. Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.</p>
10	<p>10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos, respetando diferentes opiniones, comunicándose de manera efectiva, pensando de forma crítica y creativa y tomando decisiones y juicios informados.</p>

OPCIÓN 2

C. Esp.	Criterios de evaluación
1	<p>1.1 Interpretar problemas matemáticos en situaciones contextualizadas organizando los datos en forma de tabla, diagrama o con una enumeración ordenada, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.</p> <p>1.2 Aplicar herramientas y estrategias de conteo (tabla de doble entrada, diagrama de árbol, enumeración) en la resolución de problemas de conteo.</p> <p>1.3 Interpretar problemas aritméticos analizando los datos dados, estableciendo las relaciones entre ellos y comprendiendo las preguntas formuladas.</p>

	<p>1.4 Aplicar herramientas y estrategias apropiadas de simplificación y de cálculo mental que contribuyan a la resolución de problemas aritméticos.</p> <p>1.5 Obtener soluciones de un problema utilizando de manera eficiente la calculadora.</p> <p>...</p>
2	2.1. ...

Actividades.

Actividades iniciales.

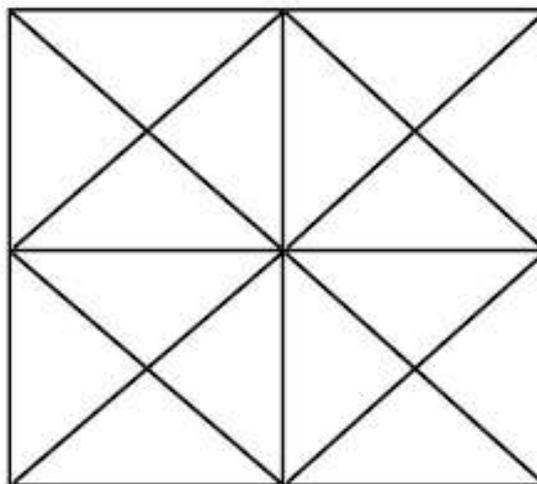
Conteo: las siguientes actividades servirán para que el alumnado vea la utilidad de utilizar alguna estrategia de recuento tanto para hacer el conteo como para comprobar que se ha contado todo (una sola vez).

En la liga de Voleibol de Maryam hay cinco equipos, y tienen que jugar todos los equipos entre ellos.

- a) ¿Cuántos partidos jugará el equipo del Carla?
- b) ¿Cuántos partidos se jugarán en total en la liga?
- c) Si se juega ida y vuelta (es decir, ahora se juega dos veces contra cada equipo), ¿cuántos partidos se jugarán en total?
- d) Clara juega en otra liga diferente en la que juegan seis equipos. ¿Cuántos partidos se jugarán en total en su liga?
- e) ¿Cuántos partidos se jugarán en una liga donde haya 10 equipos? ¿Y 13?
- f) En la liga de Evariste se van a jugar en total 45 partidos. ¿Cuántos equipos hay en su liga?

Fuente: elaboración propia.

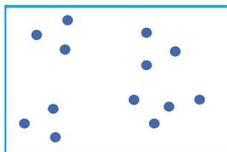
¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura?



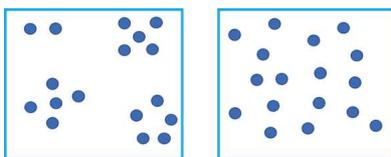
Explica el método que has utilizado para contarlos todos y no dejarte ninguno.

Sistemas de numeración: la siguiente secuencia de actividades tiene como objetivo reflexionar sobre el propio sistema de numeración decimal.

1. ¿Cuántos puntos hay? ¿Cómo los has contado?



2. En las dos imágenes hay la misma cantidad de puntos. ¿Cuántos puntos hay?



3. Dibuja en una cuadrícula 14 puntos. Disponlos de manera que sea lo más rápido posible contarlos.
4. Dibuja en una cuadrícula el número de puntos que quieras. Disponlos de forma que contarlos sea lo más rápido posible.
5. ¿De qué forma se pueden hacer disponer los puntos para que contarlos sea más rápido?

Fuente: elaboración propia.

Cantidad y sentido de las operaciones: aparte de servir como problemas introductorios, con estas actividades queremos comprobar el conocimiento previo del alumnado sobre las operaciones aritméticas básicas y sobre los números decimales (que deberían haber trabajado en Educación Primaria).

Resuelve en la calculadora $35 + 52$ pero sin usar la tecla del 5
 Resuelve en la calculadora $1036 \div 4$ pero sin usar la tecla del 4
 Resuelve en la calculadora 12×4 pero sin usar la tecla \times
 Resuelve en la calculadora $615 \div 13$ pero sin usar la tecla \div

Fuente: García (2014).

Completa la operación.

$$\begin{array}{r}
 876 \square \\
 - \square \square \square 7 \\
 \hline
 1943
 \end{array}$$

Platica a tus compañeros cómo calculaste los números que faltaban.

Fuente: García (2014).

- a) Encuentra un número que sea más grande que 8 y más pequeño que 9.
- b) Encuentra un número que sea más grande que 5,2 y más pequeño que 5,4.
- c) Encuentra un número que sea más grande que 4 y más pequeño que 3.
- d) Encuentra un número que sea más grande que 3,7 y más pequeño que 3,8.

En cada caso calcula mentalmente lo que le falta al número para llegar a 100.

23 34 45 57 65 73

Platica a tus compañeros cómo supiste las respuestas.

Entre todos encuentren una manera para saber mentalmente cuánto le falta a un número para llegar a 100.

Fuente: García (2014).

Actividades de consolidación.

Números decimales.

- a) ¿Cuántos artículos de 0,1 € se pueden comprar con 7 euros? ¿Y con 234 euros? ¿Y con 1 euro?
b) ¿Cuántos artículos de 0,2 € se pueden comprar con 6 euros? ¿Y con 22 euros? ¿Y con 1 euro?
c) Teniendo en cuenta los dos apartados anteriores, completa las siguientes frases:
Dividir entre 0,1 es lo mismo que _____ por _____.
Dividir entre 0,2 es lo mismo que _____ por _____.

Estima el resultado de las siguientes operaciones uniendo con flechas.

$$14,99565 \cdot 10,10233$$

$$151,163 \cdot 0,9876$$

Aprox. 150

$$5,09358 \cdot 14,8633001$$

Aprox. 20

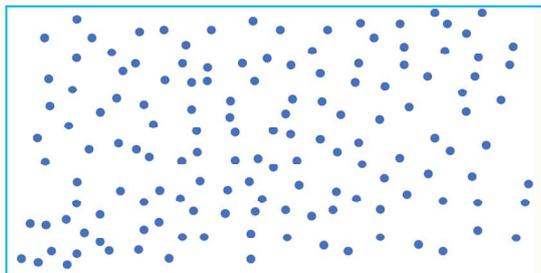
$$9,423 : 0,534$$

Aprox. 75

$$149,3642 : 1,8553$$

Sistemas de numeración.

1. Cuenta los puntos que hay en la siguiente imagen haciendo grupos de 4 en 4.



--	--	--	--

- a) Si contamos de 4 en 4, ¿cuántas cifras pueden aparecer en la escritura de un número?
b) Si contamos de 6 en 6, ¿cuántas cifras pueden aparecer en la escritura de un número?
c) Si contamos de 12 en 12, ¿cuántas cifras pueden aparecer en la escritura de un número?
d) ¿Y si contamos de 10 en 10?

	Base 4	Base 6	Base 10	Base 12
El número anterior a 10 en...				
El número anterior a 100 en...				
El número anterior a 1 000 en...				
El número siguiente a 100 en...				

Cantidad y sentido de las operaciones.

3. Rellena la siguiente tabla.

10^3		$7,23 \cdot 10^6$	
10^{13}			30 300 000 000 000
	100 000 000 000 000 000	$2,802 \cdot 10^9$	
$3 \cdot 10^5$		$4,55 \cdot 10^{21}$	
	74 000 000 000		839 000 000 000 000 000 000

4. a) ¿Qué número es más grande: $1,3 \cdot 10^{35}$ ó $5,33 \cdot 10^{14}$?

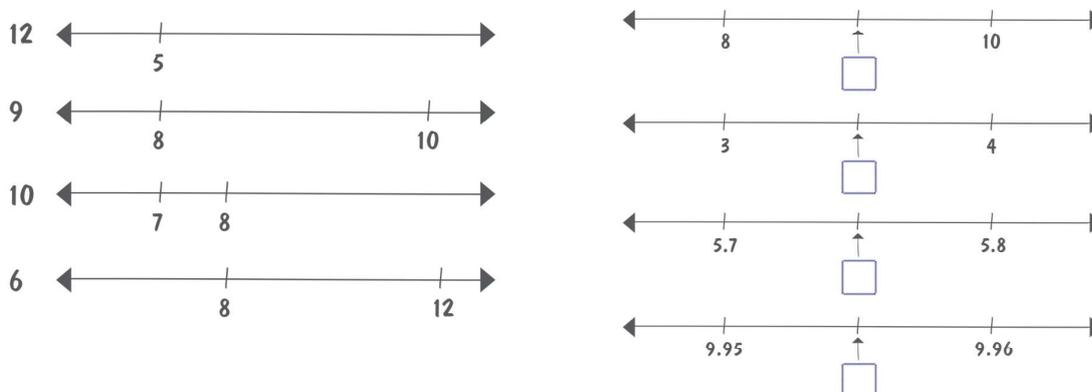
b) Escribe un número más grande y otro más pequeño que $8,322 \cdot 10^{47}$.

c) Ordena los siguientes números de menor a mayor.

$35,23 \cdot 10^{21}$ $6,122 \cdot 10^{21}$ 143 000 $3,4 \cdot 10^{22}$ $612,2 \cdot 10^{19}$

Encuentra una situación que se resuelva con la operación $2 \cdot (5+3)$, y otra que se resuelva con la operación $2 \cdot 5+3$.

Ubica en cada recta el número que está indicado a la izquierda. Anota el número que corresponde en cada flecha.



Fuente: García (2014).

Haciendo uso de la calculadora, efectúa la multiplicación: $123456789 \times 987654321$

Actividades de refuerzo y consolidación.

	Siempre	A veces	Nunca	Explicación
Al sumar dos números decimales sale uno natural.				
Al multiplicar sale siempre una cantidad mayor.				
Al sumar sale siempre una cantidad mayor.				
Al dividir sale una cantidad menor que el dividendo.				

a) ¿Cómo se escriben en Base 10 los números que en Base 4 terminan en cero (escribe unos pocos)?
 b) Escribe en Base 10 tres o más números que en Base 4 terminen en cero.
 c) ¿Tienen algo en común los números que has escrito? ¿El qué?
 d) Escribe en Base 10 tres o más números que en Base 6 terminan en cero. ¿Tienen algo en común?
 e) Escribe en Base 10 tres o más números que en Base 12 terminan en cero. ¿Tienen algo en común?

6. Incluye paréntesis en las siguientes expresiones para que las igualdades sean ciertas (puede que no haga falta incluir ningún paréntesis, en cuyo caso marca la casilla de "Es correcta así").

$20 : 5 + 5 \cdot 2 = 1$ Es correcta así $20 : 5 + 5 \cdot 2 = 14$ Es correcta así

$60 : 4 + 2 \cdot 3 - 1 = 20$ Es correcta así $60 : 4 + 2 \cdot 3 - 1 = 29$ Es correcta así

Referencias.

Gairín, J.M. y Sancho, J. (2002). Números y algoritmos. Madrid: Síntesis.

García, S. (2014). Sentido numérico. Materiales para apoyar la Práctica Educativa. México: INEE. Impreso y hecho en México. Distribución gratuita.

ANEXO

Ítem 1. Botellas de agua

Una botella de agua de 600 ml cuesta 18 céntimos, mientras que una botella de agua de 1500 ml cuesta 35 céntimos. Estima cuál de las botellas es más rentable.

Ítem 2. Cajas

Tenemos dos cajas de regalo que queremos rodear con cinta, tal y como se representa en la ilustración. La caja A es un cubo de arista 10 cm. El alto y el diámetro de la caja B son también 10 cm. ¿Qué caja necesita más cinta?

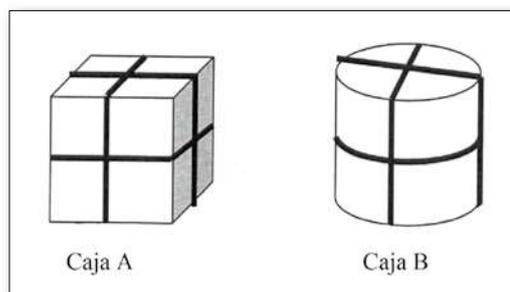


Fig. 19

Ítem 3. Cintas de colores

Victoria y María utilizaron unas cintas de colores para una tarea de clase. Victoria utilizó $\frac{30}{31}$ m y María $\frac{36}{37}$ m. ¿Quién usó más cinta?

Ítem 4. Colocar la coma decimal

Carlos utilizó una calculadora para efectuar la operación

$$0,4975 \times 9428,8 = 4690828$$

Pero olvidó escribir la coma decimal. Usa estimación para encontrar el lugar de la coma decimal.

- a) 46,90828
- b) 469,0828
- c) 4.690,828
- d) 46.908,28
- e) No puedo elegir la respuesta sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 5. Ordenar fracciones y decimales

Tomás caminó 0,4828 km, Juan caminó $\frac{13}{38}$ km, María caminó $\frac{8}{15}$ km, Julia caminó $\frac{17}{16}$ km, David caminó 0,966 km y José caminó $\frac{7}{29}$ km.

Ordena las distancias que recorrieron de mayor a menor.

Ítem 6. División entero-decimal

Sin calcular el valor exacto de la operación, elegir la mejor estimación para $72 \div 0,0025$:

- a) Un poco menor que 72
- b) Un poco mayor que 72
- c) Mucho menor que 72
- d) Mucho mayor que 72
- e) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 7. Área de la casa

La casa de Elena mide 103 m de largo y 48 m de ancho. Averigua cuál es la mejor estimación del área de la casa:

- a) 100×50
- b) 103×50
- c) 100×48
- d) No puedo decidirlo sin realizar los cálculos exactos.

Ítem 8. Distancia entre fracciones

Consideremos tres puntos M , N y C . M es $\frac{5}{9}$, N es $\frac{9}{19}$ y C es $\frac{1}{2}$. Sin encontrar la distancia exacta, elige quién está más cerca de C .

- a) M
- b) N
- c) M y N están a la misma distancia de C
- d) No puedo responder sin calcular la distancia exacta.

Ítem 9. Área de la granja

David tiene una granja de largo $\frac{17}{19}$ km y $\frac{6}{13}$ km de ancho. Sin calcular el valor exacto, escoge la mejor estimación del área de la granja:

- a) Mayor que $\frac{1}{2}$ km²
- b) Igual a $\frac{1}{2}$
- c) Menor que $\frac{1}{2}$
- d) No puedo decidirlo sin realizar el cálculo exacto.

Ítem 10. Volumen de la clase

Da una estimación para el volumen de esta clase en m^3 .