

# MATEMÁTICAS PARA LA TOMA DE DECISIONES

Antonio M. Oller-Marcén

*oller@unizar.es*

*Departamento de Matemáticas-IUMA, Universidad de Zaragoza*

*CP Juan de Lanuza*

*24 y 30 de mayo de 2023*

## BLOQUE B. CONCRECIÓN DE SABERES

### B. Teoría de grafos.

B1. Definición, conceptos y propiedades básicas.

B2. Tipos y familias de grafos.

B3. Algoritmos de grafos.

## BLOQUE B. CONCRECIÓN DE SABERES

### B1. Definición, conceptos y propiedades básicas.

- ✓ Definición de grafo a partir de vértices y aristas.  
Representación pictórica, idea de isomorfismo.  
Grafos dirigidos y ponderados.
- ✓ Subgrafos.  
Ciclos y caminos dentro de un grafo.
- ✓ Conexión y grafos bipartitos.
- ✓ Planaridad y coloreabilidad.

## BLOQUE B. CONCRECIÓN DE SABERES

### B2. Tipos y familias de grafos.

- ✓ Grafo ciclo y grafo camino.
- ✓ Grafos completos y bipartitos completos.
- ✓ Árboles.
- ✓ Grafos eulerianos y hamiltonianos.

## BLOQUE B. CONCRECIÓN DE SABERES

### B3. Algoritmos de grafos.

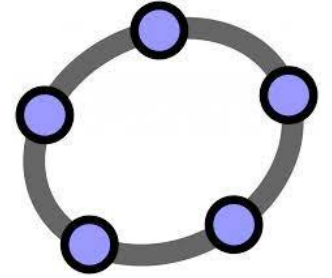
- ✓ Algoritmo voraz de coloración.
- ✓ El algoritmo de Fleury.
- ✓ El algoritmo de Dijkstra.

## BLOQUE B. UNA POSIBLE TEMPORALIZACIÓN

	<b>Aspectos a tratar</b>	<b>Sesiones</b>
B1	Introducción y conceptos básicos.	2
	Propiedades de grafos.	3
B2	Familias y tipos de grafos.	3
B2 / B3	Coloreabilidad.	4
	Recorrer un grafo.	5
	El camino más corto.	3

## BLOQUE C. SOFTWARE

Se puede utilizar **GeoGebra** para representar grafos y explorar algunas de sus propiedades (coloración, planaridad).



Existe software libre específico, puede requerir aprendizaje previo. [Grin](#).



## BLOQUE B. EJEMPLOS PARA POSIBLES SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Vamos a trabajar sobre cuatro documentos.

➤ Contexto matemático.

Un problema matemático concreto.

➤ Contexto histórico.

Fragmentos de pasatiempos publicados en una revista del siglo XIX.

➤ Contexto lúdico.

Un juego muy conocido.

➤ Contexto real.

Una imagen.



## BLOQUE B. EJEMPLOS PARA POSIBLES SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Cada uno requiere una aproximación distinta debido a su naturaleza y a su grado de (in)concreción.

- Resolver y estudiar un problema matemático.
- Pensar cómo utilizar un recurso histórico.
- Explorar el potencial de una situación o de un contexto.
- Pensar cómo utilizar un objeto o problema real.

Tratar de dar los primeros pasos hacia el diseño de una situación de aprendizaje.

- Introducción y contextualización.
- Objetivos didácticos.
- Elementos curriculares.
- Conexiones.
- Descripción de la actividad.
- Metodología y estrategias didácticas.
- Atención a las diferencias individuales.
- Recomendaciones para la evaluación formativa.

## BLOQUE B. EJEMPLO CONTEXTO MATEMÁTICO

1. Dibuja el grafo  $G(C)$  para los siguientes conjuntos:

a)  $\{2,3,4,6,5,12,21\}$

b)  $\{2,8,12,24,14,7\}$

¿Puedes dar alguna condición que garantice que el grafo  $G(C)$  sea conexo? **Ojo, no pido una caracterización.**

2.

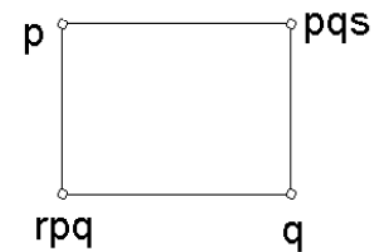
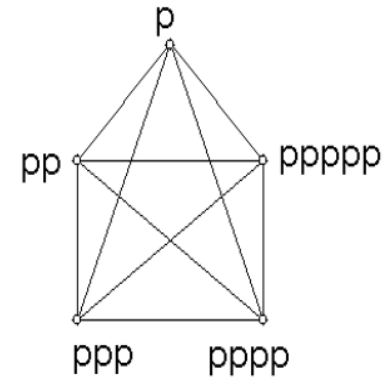
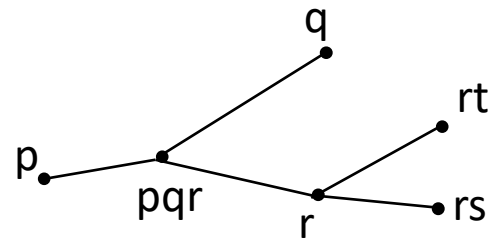
a) El grafo completo de 4 vértices.

b) El grafo completo de 5 vértices.

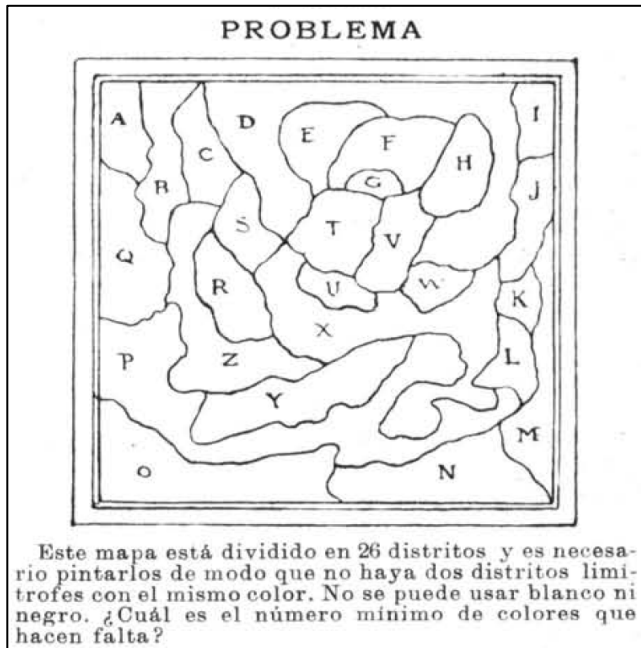
c) Un ciclo de 4 vértices.

d) **Un ciclo de 5 vértices.**

e) El grafo:

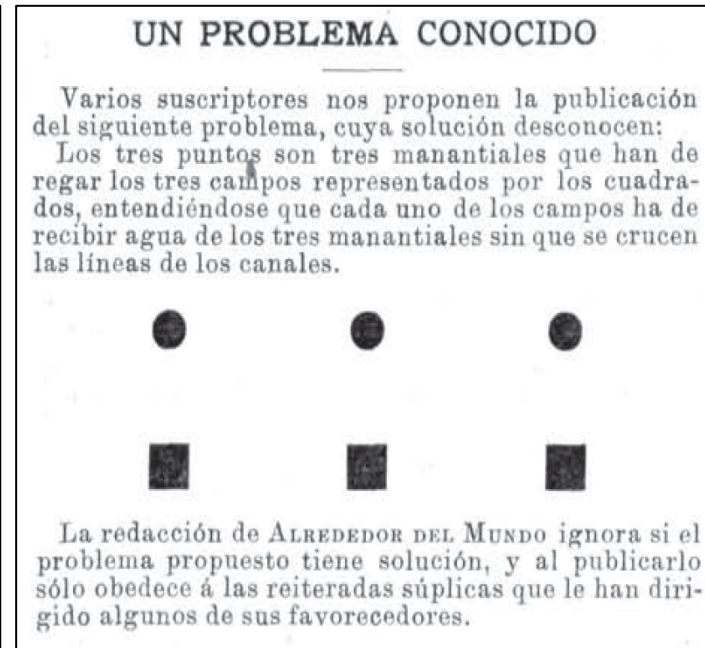


## BLOQUE B. EJEMPLO CONTEXTO HISTÓRICO



Coloreabilidad.

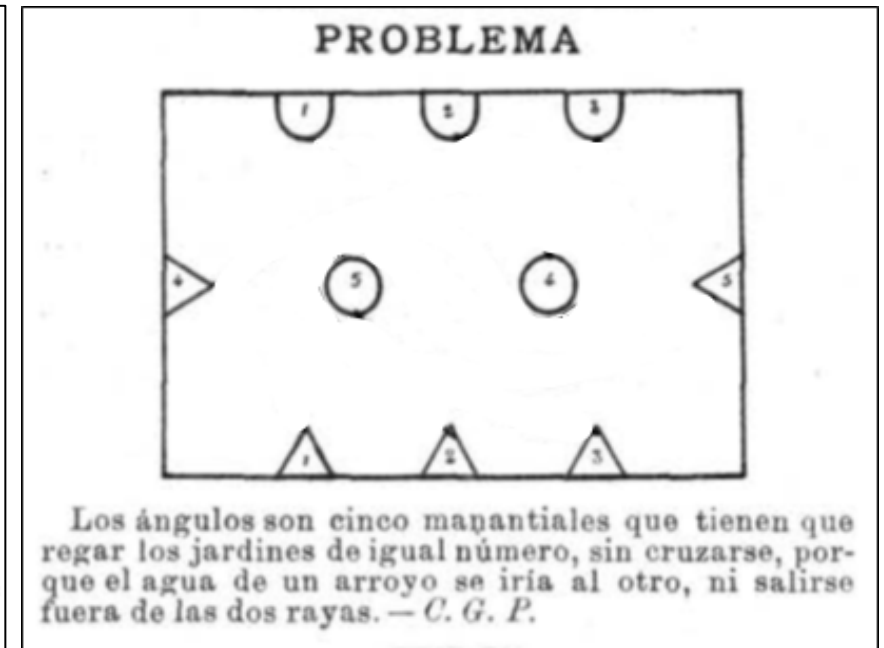
Teorema de los  
4 colores.  
Algoritmo voraz.



Planaridad.

Grafo bipartito completo.

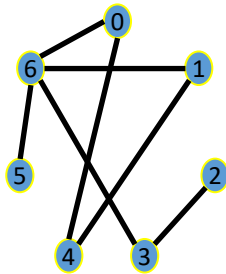
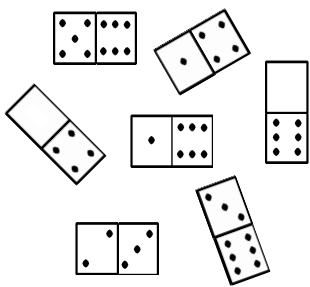
Teorema de  
Kuratowski.



Planaridad.

Grafo bipartito.

# BLOQUE B. EJEMPLO CONTEXTO LÚDICO



[Artículo en SUMA](#)

## REALIDAD

PARTIDAS  
PERFECTAS Y  
SEMIPERFECTAS

SOLUCIONES

MATEMATIZACIÓN

## MATEMÁTICAS

TEORÍA DE GRAFOS

TEOREMAS  
DE EULER

INTERPRETACIÓN

TRABAJO  
EN EL MODELO  
MATEMÁTICO

### Hay partidas perfectas cuando:

- 1º. Cifras conectadas
- 2º. Todas las cifras aparecen un número par de veces

### Hay partidas semiperfectas cuando:

- 1º. Cifras conectadas
- 2º. Dos cifras aparecen un número impar de veces y el resto un número par.

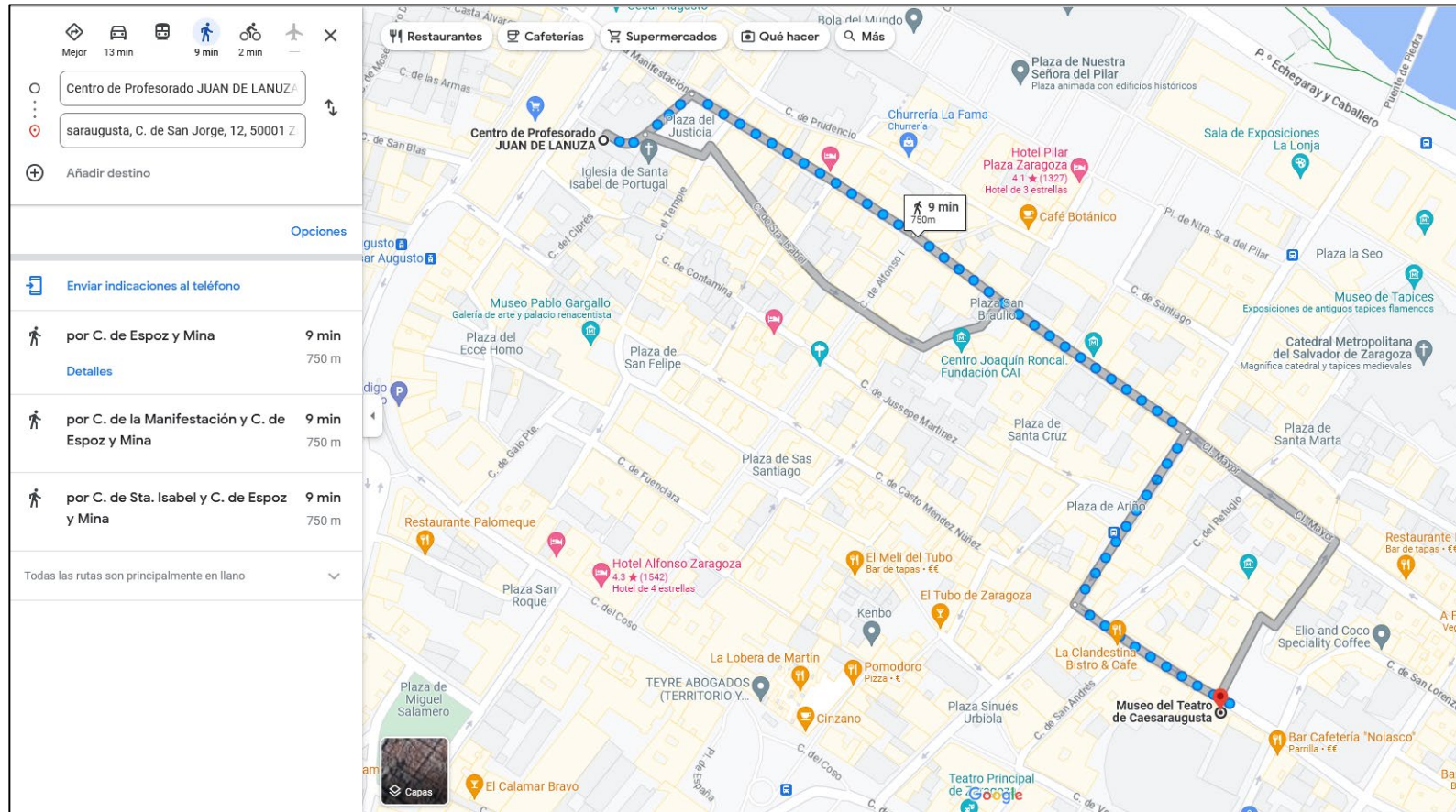
### Existencia de Ciclos:

- 1º. Grafo conexo
- 2º. Vértices con número par de aristas

### Existencia de Caminos:

- 1º. Grafo conexo
- 2º. Dos vértices con un número impar de aristas y el resto con un número par.

## BLOQUE B. EJEMPLO CONTEXTO REAL



¿Qué significa “mejor ruta”?

Un grafo no considera distancias, solo **relaciones**. Grafos ponderados y orientados.

[Algoritmo de Dijkstra.](#)

## BLOQUE C. CONCRECIÓN DE SABERES

### C. Teoría de juegos.

C1. Definiciones básicas.

C2. Formas de representar un juego.

C3. Juegos de dos jugadores con suma cero.

## BLOQUE C. CONCRECIÓN DE SABERES

### C1. Definiciones básicas.

- ✓ Concepto de juego.  
Número de jugadores.  
Juegos de azar y deterministas.  
Información perfecta e imperfecta.
  
- ✓ Vector de pagos.  
Juegos de suma 0.

## BLOQUE C. CONCRECIÓN DE SABERES

### C2. Formas de representar un juego.

- ✓ Forma extensiva.  
Árbol del juego.
- ✓ Forma normal.  
Representación tabular.  
Estrategias.



## BLOQUE C. CONCRECIÓN DE SABERES

C3. Juegos de dos jugadores con suma cero.

- ✓ Dos jugadores, suma cero e información perfecta en forma extensiva.  
Retropropagación.
- ✓ Dos jugadores y suma cero en forma normal.  
Estrategias puras y mixtas, dominación y puntos silla.

## BLOQUE C. UNA POSIBLE TEMPORALIZACIÓN

	<b>Aspectos a tratar</b>	<b>Sesiones</b>
C1	Introducción al concepto de juego.	2
	Definiciones básicas.	2
C2 / C3	Forma extensiva. Árbol.	4
	Retropropagación.	4
	Forma normal. Tablas.	4
	Estrategias, dominación, puntos silla.	4

## BLOQUE C. SOFTWARE

Se puede utilizar **Excel** para representar juegos tabularmente y hacer ciertos cálculos con estrategias puras y mixtas.



Existe software libre específico, puede requerir aprendizaje previo. [Gambit](#).



## BLOQUE C. EJEMPLOS PARA POSIBLES SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Vamos a trabajar sobre cuatro documentos.

➤ Contexto matemático.

Un juego abstracto.

➤ Contexto histórico.

Imágenes de juegos antiguos.

➤ Contexto lúdico.

Un juego muy conocido.

➤ Contexto real.

Una situación “real” del ámbito “empresarial”.

## BLOQUE C. EJEMPLOS PARA POSIBLES SITUACIONES DE APRENDIZAJE

Cada uno requiere una aproximación distinta debido a su naturaleza y a su grado de (in)concreción.

- Analizar matemáticamente un juego abstracto.
- Pensar cómo utilizar objetos o imágenes históricas.
- Explorar el potencial de un juego conocido.
- Modelizar y abordar matemáticamente un problema real.

Tratar de dar los primeros pasos hacia el diseño de una situación de aprendizaje.

- Introducción y contextualización.
- Objetivos didácticos.
- Elementos curriculares.
- Conexiones.
- Descripción de la actividad.
- Metodología y estrategias didácticas.
- Atención a las diferencias individuales.
- Recomendaciones para la evaluación formativa.

## BLOQUE C. EJEMPLO CONTEXTO HISTÓRICO



Número de jugadores.

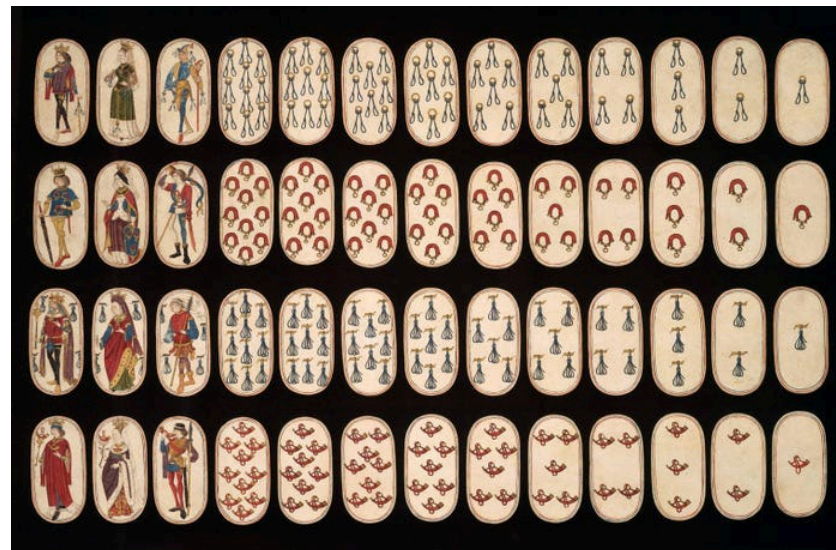
Azar.

Estrategias.

Pagos.

Información.

Secuencial o simultáneo.



# BLOQUE C. EJEMPLO CONTEXTO MATEMÁTICO

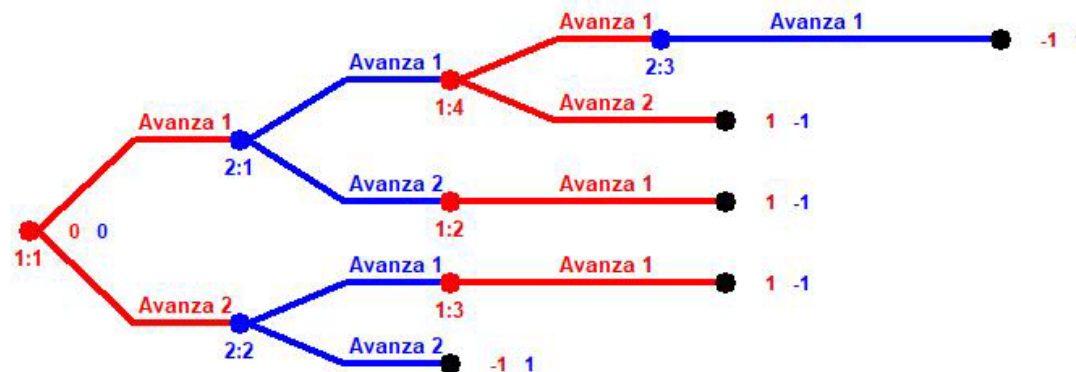


El primer jugador (R) siempre puede ganar el juego original.

Longitud	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ganador	R	R	A	R	R	A	R	R	A

Si se puede avanzar 1, 2 o 3:

Longitud	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Ganador	R	R	R	A	R	R	R	A	R	R	R	A



## BLOQUE C. EJEMPLO CONTEXTO REAL

Hay dos bares en una misma calle, muy frecuentada por turistas. Cada uno de ellos tiene que decidir el precio que va a cobrar por un refresco, que puede ser 2€, 4€ o 5€. Se sabe por un estudio del ayuntamiento que cada mes se venden en esa calle 6000 refrescos a turistas y 4000 refrescos a personas que viven en la ciudad. Las personas que viven en la ciudad eligen siempre el bar con el precio más barato, pero los turistas eligen al azar el bar al que entran. ¿A qué precio se cobrarán los refrescos en cada bar?

Bar 1 \ Bar 2	2 €	4 €	5 €
2 €	(10,10)	(14,12)	(14,15)
4 €	(12,14)	<b>(20,20)</b>	(28,15)
5 €	(15,14)	(15,28)	(25,25)

No es de suma cero.

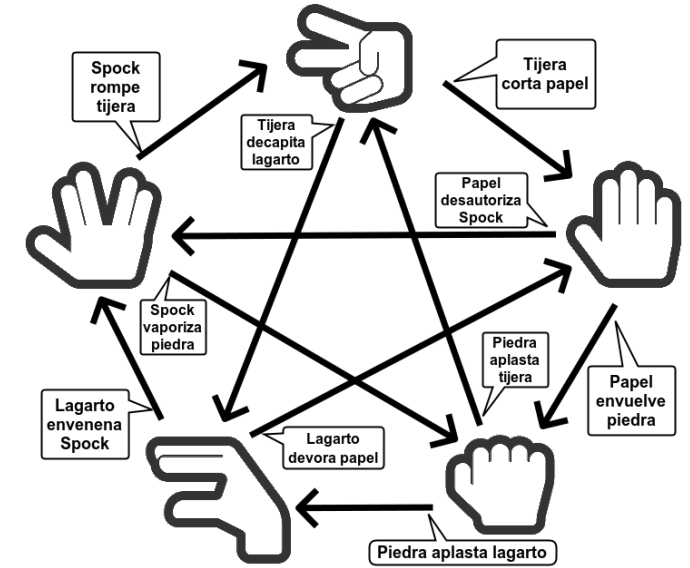
Estrategias dominadas.

**Punto silla.**



## BLOQUE C. EJEMPLO CONTEXTO LÚDICO

A \ B	Piedra	Papel	Tijera
Piedra	0	-1	1
Papel	1	0	-1
Tijera	-1	1	0
Mixta	0.25	0	-0.25



Esto NO es la forma extensiva.

Suma 0: “simplifica” la representación.  
Ganancias esperadas.  
Estrategias puras y mixtas.

Si A juega papel el 50% de las veces, y piedra y tijera el 25% (Mixta), ¿cuál sería la mejor estrategia para B?